某迷你城市计划建设一个新的公共交通系统，该系统将包括地铁线路和公交线路。为了最大化乘客的出行效率和满意度，需要设计一个合理的交通网络。请建立一个数学模型，帮助决策者确定最佳的地铁线路和公交线路的布局。

**具体数据**：

1. **城市地图**：
   * 城市被划分为一个10x10的网格，每个网格代表一个区域，每个正方形边长1公里。
   * 每个区域的平均人口密度（人/平方公里）如下表所示：

表：某城市人口密度表，单位（人/平方公里）

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 区域 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 1 | 2551 | 1332 | 1416 | 1732 | 1772 | 3722 | 4629 | 3106 | 1495 | 606 |
| 2 | 1364 | 1332 | 1836 | 1763 | 2323 | 3123 | 6082 | 3748 | 1531 | 1412 |
| 3 | 1332 | 1517 | 2270 | 2920 | 3515 | 3777 | 3492 | 2916 | 1986 | 1464 |
| 4 | 1424 | 2108 | 2583 | 3981 | 5423 | 5832 | 5144 | 4104 | 2885 | 1767 |
| 5 | 1698 | 2357 | 3613 | 5341 | 7081 | 7996 | 7207 | 5427 | 3535 | 2156 |
| 6 | 1515 | 2466 | 3855 | 5838 | 8808 | 10649 | 7812 | 5664 | 3755 | 5225 |
| 7 | 1836 | 2227 | 3541 | 5469 | 7126 | 7584 | 6930 | 5393 | 3267 | 2300 |
| 8 | 1611 | 2910 | 2899 | 4136 | 5418 | 5792 | 4337 | 4027 | 2592 | 1850 |
| 9 | 846 | 1855 | 2317 | 2720 | 3327 | 3568 | 2409 | 2750 | 2313 | 1533 |
| 10 | 530 | 985 | 1507 | 1862 | 2378 | 1489 | 789 | 1893 | 1657 | 1378 |

1. **出行需求**：
2. 每个区域的居民都有前往其他区域的出行需求，出行需求与两区域间的人口密度和距离有关。
3. 假设出行需求可以用以下公式计算：出行需求 = (出发区域人口密度 + 到达区域人口密度) \* (1 / 距离的平方)。
4. **交通方式特性**：

a) 地铁：速度快，容量大，但建设成本高。

b)公交：速度较慢，容量较小，但建设成本低。

1. **预算限制**：假设地铁线路每公里的建设成本为1亿元，公交线路每公里的建设成本为0.1亿元。整个公共交通系统的建设预算为50亿元。

**任务**：

1. 根据提供的数据，建立一个数学模型，确定最佳的地铁线路和公交线路的布局。
2. 考虑出行效率、乘客满意度和预算限制，优化模型以找到最优解。
3. 给出具体的地铁线路和公交线路的走向，以及每条线路的长度和预计的乘客流量，并画出图形。

**提示**：（正式比赛不会给提示）

* 你可以使用图论、网络流、线性规划等方法来构建和求解这个模型。

**注意**：

* 这个问题是一个开放性问题，可能有多种解决方案。你的任务是提供一个清晰、合理的数学模型，并解释你的建模思路和求解过程。